

УДК 624.072.2.012.35 : 539.374

А.М.ПАВЛІКОВ, професор

*Полтавський національний технічний університет ім. Юрія Кондратюка***РОЗРАХУНОК ПЛОЩІ ПОЗДОВЖНЬОЇ АРМАТУРИ
З УРАХУВАННЯМ НЕПРУЖНИХ ДЕФОРМАЦІЙ БЕТОНУ В ЗАДАЧАХ
ПРОЕКТУВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ**

На прикладі застосування діаграм стану бетону за даними ЄКБ-ФІП і сталі для відповідного класу арматури отримані розрахункові формули визначення площі поздовжньої робочої арматури в елементах залізобетонних конструкцій (ЗБК). За критерій кількості арматури прийнята умова її мінімуму, як функції поздовжньої деформації бетону залізобетонного елемента (ЗБЕ). Запропоновані формули ґрунтуються на основних рівняннях механіки деформованого твердого тіла і екстремального критерію руйнування ЗБЕ [5].

Дослідженню і застосуванню у розрахунках міцності ЗБЕ реальних діаграм деформування матеріалів присвячено багато робіт, наприклад [1, 2, 8], але всі вони ґрунтуються на використанні поняття експериментального критерію руйнування. Цим самим ототожнюються поняття граничних значень деформацій бетону в бетонних і ЗБЕ і тим самим звужуються можливості повного використання матеріалів. В той же час існують інші роботи, які стверджують, що граничні значення деформацій бетону в ЗБЕ відрізняються від граничних значень деформацій бетону в бетонних елементах [7, 9]. Такі роботи свідчать на користь того, що розробка методики розрахунку граничних значень деформацій бетону в ЗБЕ є актуальною задачею. Підхід до розв'язання такої задачі вперше був гіпотетично вказаний німецьким вченим Г.Рюшем. Зокрема, в [1] він показав, що максимальний згинальний момент виникає при величині деформацій бетону менших її найбільшого можливого значення. Тобто з цього можна зробити висновок, що граничне значення руйнівного зусилля функціонально зв'язане з величиною деформацій і має екстремум. Практично ця задача була розв'язана в [4], а остаточно для розв'язання таких задач було сформульовано екстремальний критерій руйнування в [5]. Але у відмічених роботах шлях до розв'язання задач на визначення необхідної кількості арматури із застосуванням діаграм стану бетону з низхідною гілкою так і не був вказаний.

Пропозиції щодо визначення площі арматури A_s в основному зводяться до розв'язання рівнянь рівноваги внутрішніх і зовнішніх зусиль в нормальних перерізах для граничного стану елемента при його руй-

нуванні. При цьому значення напружень в арматурі приймають як відому величину, що відповідає ділянці фізичної або умовної плинності.

При застосуванні діаграм стану бетону, наприклад в [2], в задачах визначення A_s також використовують значення напружень арматури як відомі величини, але це не відповідає напружено-деформованому станові поперечного перерізу, в основу розрахунку міцності якого покладено деформаційну модель. Крім того, такий традиційно прийнятий підхід до розв'язання задач на визначення A_s не дає змоги в момент стійкого деформування бетону проектувати арматуру з реальним опором, обмежуючи цим самим використання високоміцної арматури.

У даній роботі розглядається задача визначення площі робочої арматури на прикладі центрального стиску ЗБЕ. За відомі величини приймаються: площа A_b бетонного перерізу, значення зовнішнього зусилля F , характеристики бетону R_b , E_b , ε_R , характеристики арматури σ_y , $\sigma_{0,2}$, E_s . Невідомими величинами прийняті такі: коефіцієнт армування $\mu_{s,min}$, напруження σ_{su} і деформації ε_{su} в арматурі, напруження σ_{bu} і деформації ε_{bu} в бетоні.

Із викладеного вище зрозуміло, що поставлена задача має п'ять невідомих. Для її розв'язання на прикладі центрально-стиснутого ЗБЕ поздовжньою силою F при деформаціях ε_s і напруженнях σ_s в арматурі, а також деформаціях ε_b і напруженнях σ_b в бетоні використані наступні чотири загальновідомі залежності:

рівняння рівноваги

$$F = \sigma_s A_s + \sigma_b A_b; \quad (1)$$

фізична залежність стану бетону за даними ЄКБ-ФІП [10]

$$\sigma_b = R_b(K\eta - \eta^2) / [1 + (K-2)\eta], \quad (2)$$

де

$$K = (E_b \varepsilon_R / R_b) \approx 4 \dots 1, \quad \eta = (\varepsilon_b / \varepsilon_R) < K, \quad (3)$$

E_b , R_b – модуль пружності і міцність при осьовому стиску бетону (при $K=2$ залежність (2) набуває вигляду параболи, відомої як “діаграма С.Хогнестеда”);

умова сумісності деформацій бетону і арматури

$$\varepsilon_b = \varepsilon_s; \quad (4)$$

фізична залежність стану арматури з фізичною ділянкою плинності

$$\begin{aligned} \sigma_s &= E_s \varepsilon_s \text{ при } \varepsilon_s \leq \sigma_y / E_s \\ \sigma_s &= \sigma_y \text{ при } \varepsilon_s \geq \sigma_y / E_s, \end{aligned} \quad (5)$$

а також фізична залежність стану арматури з умовною межею плинності

$$\begin{aligned} \varepsilon_s &= \sigma_s / E_s \text{ при } \sigma_s \leq 0,7\sigma_{0,2}, \\ \varepsilon_s &= \sigma_s / \varepsilon_s + 0,823(\sigma_s / \sigma_{0,2} - 0,7)^5 \text{ при } \sigma_{st} > \sigma_s \geq 0,7\sigma_{0,2}, \end{aligned} \quad (6)$$

де σ_{st} – тимчасовий опір арматури.

П'яту залежність, якої не вистачає для визначення невідомих, можна отримати, сформулювавши критерій мінімальної кількості арматури в перерізі. За критерій мінімальної кількості арматури $A_{s,min}$ в перерізі, що зазнає дії зусилля F , пропонується приймати умову

$$A_s(\varepsilon_{bu}) = \min = A_{s,min}, \quad (7)$$

в якій значення деформації ε_{bu} задовольняє умові екстремального критерію міцності цього перерізу [5]

$$F(\varepsilon_{bu}) = \max = F_u \geq F = \text{const}. \quad (8)$$

Для отримання необхідної залежності потрібно (1), після виключення σ_b за допомогою (2), представити у вигляді:

$$F/A_b R_b = \{(K\eta - \eta^2)/[1 + (K-2)\eta]\} + B\eta\mu_s, \quad (9)$$

де $B = E_s \varepsilon_R / R_b$.

Таким чином, з (9) легко отримати функціональну залежність між кількістю арматури A_s , або коефіцієнтом армування μ_s , та відносним значенням деформації η , що є невідомою величиною для граничного стану перерізу з кількістю арматури $A_{s,min}$. Ця залежність має вигляд:

$$\mu_s = \frac{1}{B} \left(\frac{F}{A_b R_b} - \frac{K - \eta}{1 + (K - 2)\eta} \right). \quad (10)$$

Застосувавши (7), беручи до уваги, що $d\mu_s/d\eta = 0$, з (10) отримаємо:

$$\eta_u = \left[(K - 1)\sqrt{C} - (K - 2) \right]^{-1}, \quad (11)$$

де $\eta_u = \varepsilon_{bu} / \varepsilon_R$, $C = A_b R_b / F$.

Якщо прийняти $K=2$, то (11) суттєво спрощується до вигляду:

$$\eta_u = \sqrt{F / (A_b R_b)}. \quad (12)$$

Використовуючи (12), з (10) отримано шукану залежність, тобто

$$\mu_{s,min} = \frac{2}{B} \left(\sqrt{F / (A_b R_b)} - 1 \right). \quad (13)$$

Залежність (13) повністю узгоджується із залежністю (19) в [7], отриману з використанням [8] в розв'язанні задач перевірки несучої здатності ЗБЕ.

Залежність (13) необхідно застосовувати, коли зовнішнє навантаження

$$F \geq A_b \cdot R_b, \quad (14)$$

тобто бетон для прийняття навантаження F потребує його армування.

Залежність (13) разом з (7) дає можливість підбирати необхідну площу поздовжньої арматури при застосуванні деформаційної моделі напружено-деформованого стану ЗБЕ.

Розрахунок з підбору перерізу арматури, на прикладі центрально-стиснутого ЗБЕ зводиться до такої послідовності обчислень

$$B = E_s \epsilon_R / R_b \rightarrow \mu_{s, \min} = \frac{2}{B} \left(\sqrt{F / (A_b R_b)} - 1 \right) \rightarrow A_s = A_b \cdot \mu_{s, \min}. \quad (15)$$

Отримані залежності прості і дають надійні результати при розв'язанні задач на визначення площі поперечної арматури в проектуванні ЗБЕ.

Приклад 1. Визначити необхідну площу арматури A_s (класу S500, $\sigma_y = 500$ МПа, $E_s = 2 \cdot 10^5$ МПа) для армування ЗБЕ ($K=2$, $R_b=20$ МПа, $A_b=4 \cdot 10^4$ мм², $E_b=3,1 \cdot 10^4$ МПа, $\epsilon_R=2 \cdot 10^{-3}$) при центральному стиску силою $F=16 \cdot 10^5$ Н.

Розв'язання. Спочатку перевіряємо умову (14). Оскільки $F=16 \cdot 10^5$ Н $>$ $A_b R_b=4 \cdot 10^4 \cdot 20=8 \cdot 10^5$ Н, то армування необхідне. За (15) обчислюємо необхідну кількість поздовжньої арматури:

$$B = E_s \epsilon_R / R_b = 2 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} / 20 = 20;$$

$$A_s = A_b \cdot \mu_{s, \min} = 4 \cdot 10^4 \cdot 2 / 20 \left(\sqrt{16 \cdot 10^5 / 4 \cdot 10^4 \cdot 20} - 1 \right) = 1656,8 \text{ мм}^2.$$

Розрахуємо тепер для порівняння необхідну кількість арматури за існуючою методикою:

$$A_s = N_s / R_s = (F - A_s R_b) / R_s = (16 \cdot 10^5 - 4 \cdot 10^4 \cdot 20) / 400 = 2000 \text{ мм}^2,$$

тут $R_s=400$ МПа.

Приклад 2. Визначити необхідну площу арматури A_s (класу S500, $\sigma_y=500$ МПа, $E_s=2 \cdot 10^5$ МПа) для армування ЗБЕ ($K=2$, клас бетону В30, $R_b=30$ МПа, $A_b=4 \cdot 10^4$ мм², $E_b=3,55 \cdot 10^4$ МПа, $\epsilon_R=2 \cdot 10^{-3}$) при центральному стиску силою $F=18 \cdot 10^5$ Н.

Розв'язання. Спочатку перевіряємо умову (14). Оскільки $F=18 \cdot 10^5$ Н $>$ $A_b R_b=4 \cdot 10^4 \cdot 20=8 \cdot 10^5$ Н, то армування необхідне. За (15) обчислюємо необхідну кількість поздовжньої арматури:

$$B = E_s \epsilon_R / R_b = 2 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} / 30 = 13,3;$$

$$A_s = A_b \cdot \mu_{s, \min} = (4 \cdot 10^4 \cdot 2 / 13,3) \left(\sqrt{18 \cdot 10^5 / 4 \cdot 10^4 \cdot 30} - 1 \right) = 1352 \text{ мм}^2.$$

Розрахуємо тепер для порівняння необхідну кількість арматури за існуючою методикою:

$$A_s = N_s / R_s = (F - A_s R_b) / R_s = (18 \cdot 10^5 - 4 \cdot 10^4 \cdot 30) / 400 = 1500 \text{ мм}^2.$$

В прикладах 1 і 2 $R_s = 400$ МПа тому, що за існуючою методикою

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s = E_s \varepsilon_K = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5 = 400 \text{ МПа}.$$

Таким чином, наведені в даній статті формули, а також приклади визначення площі A_s поздовжньої арматури центрально стиснутих ЗБЕ безпосередньо враховують низхідну гілку діаграми стану бетону і деформативність бетону в ЗБЕ. Цим самим значення площі A_s розраховується з урахуванням перерозподілу зусиль між бетоном і арматурою, що дозволяє розширювати можливості підвищення ефективності застосування високоміцної арматури.

1.Рюш Г. Исследование работы изгибаемых элементов с учетом упруго-пластических деформаций бетона // Материалы международного совещания по расчету строительных конструкций (Москва, декабрь, 1958 г): Сб. науч. трудов. – М.: Госстройиздат, 1961. – С.183-189.

2.Горбатов С.В. Несущая способность изгибаемых элементов с арматурой, имеющей площадку текучести, при учете неупругих свойств бетона // Изв. вузов. Стр-во и архит. – 1981. – № 10. – С.18-22.

3.Байков В.Н., Горбатов С.В., Димитров З.А. Построение зависимости между напряжениями и деформациями сжатого бетона по системе нормируемых показателей // Изв. вузов. Стр-во и архит. – 1977. – № 6. – С.15-18.

4.Байков В.Н., Горбатов С.В. Определение предельного состояния внецентренно сжатых элементов по неупругим зависимостям напряжения-деформации бетона и арматуры // Бетон и железобетон. – 1985. – №6. – С.13-14.

5.Митрофанов В.П., Арцев С.И. Предельная сжимаемость бетона нормальных сечений железобетонных элементов // Проблемы теории і практики залізобетону: Збірник наукових статей, присвячений 100-річчю з дня народження проф. М.С.Торяника. – Полтава: ПДТУ ім. Ю.Кондратюка, 1997.

6.Бамбура А.Н. Развитие методов оценки напряженно-деформированного состояния и несущей способности железобетонных конструкций на основе реальных диаграмм деформирования материалов // Материалы I Всеукр. науч.-техн. конф. "Научно-практические проблемы современного железобетона". – К., 1996. – С.6-39.

7.Митрофанов В.П., Павліков А.М. До розрахунку граничних значень деформацій бетону у розв'язанні задач міцності нормальних перерізів залізобетонних елементів // Галузеве машинобудування, будівництво: Зб. наук. пр. Вип.13. – Полтава: ПНТУ ім.Юрія Кондратюка, 2003. – С.28-33.

8.Дорофеев В.С., Барданов В.Ю. Расчет изгибаемых элементов с учетом полной диаграммы деформирования бетона. – Одесса: ОГАСА, 2003. – 210 с.

9.Чистяков Е. А., Бейсенбаев М. К. Сжатые железобетонные элементы с высокопрочной ненапрягаемой арматурой // Новые экспериментальные исследования и методы расчета железобетонных конструкций: Сб. науч. трудов. – М.: НИИЖБ Госстроя СССР, 1989. – С. 162-173.

10.Comite Euro-international du beton. Code modele CEB-FIP pour les structures en beton (Version de reference)/ Bulletin d' information N 124/125 – F. – Paris, 1978.

Отримано 23.02.2004